Lycée Pilote Monastir	Devoir de contrôle n° 1		
	1S 3 et 4	2023–2024	Durée 45 mn

Exercice N°1 :(6 points)

I)Répondre par Vrai ou Faux (aucune justification n'est demandée)

1) L'arrondi de 145401 au millier est $1,45\times10^5$

2) Tout entier naturel divisible par 11 est non premier

3) Il existent deux entiers naturels a et b tels que PGCD(a , b) = 7 et PPCM(a ,b) = 80

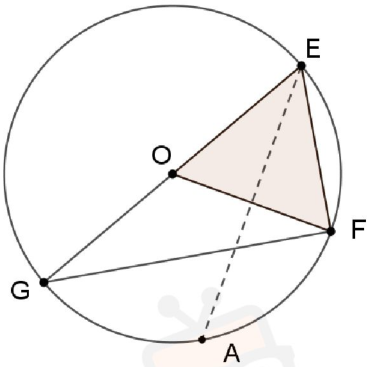
II) 1) Utiliser l'algorithme d'Euclide pour déterminer le PGCD de 442 et 238

2) Déduire alors PPCM (442 ; 238)

3) Rendre la fraction $\frac{442}{238}$ irréductible

Exercice N°2 : (8 points)

Soit EFG un triangle inscrit dans un cercle ($\mathcal{C}$) de centre O tel que [GE] est un diamètre de ($\mathcal{C}$) et $E\hat{F}O = 60°$



1)a) Montrer que le triangle EFG est rectangle en F.

b) Montrer que OEF est un triangle équilatéral.

2)La bissectrice de l'angle $\widehat{OEF}$ recoupe le cercle ($\mathcal{C}$) en A.

a) Montrer que les droites (OA) et (EF) sont parallèles.

b) En déduire que le quadrilatère OAFE est un losange

3)Soit N un point de ($\mathcal{C}$) distinct de E et H le projeté orthogonal de O sur la droite (EN)

Monter que si N varie sur ($\mathcal{C}$) privé de E alors H varie sur un cercle que l'on précisera.

Exercice 3 (6 points)(les questions 1,2,3 et 4 sont indépendantes)

1) Soit $n \in \mathbb{N}$, on pose $a = 8n + 9$; $b = 2n + 1$

a)Vérifier que $a = 4b + 5$

b) Comment faut-il choisir n pour que b divise a.

2)Déterminer l'entier naturel a tel que PPCM(8,a)=6PGCD(8,a)=24

3)Le quotient de la division euclidienne de l'entier naturel n par 4 est le double du reste.

Déterminer les valeurs possibles de n.

4)Soit $S=1+7 + 7^2 + 7^3 + \cdots + 7^{2023}$

a) Montrer que $6S=7^{2024} - 1$

b)En déduire que 7^{2024} et S sont premiers entre eux

Sujet 1	MATHEMATIQUES	Lycée Pilote Monastir
$1^{ère}$	DEVOIR DE CONTROLE N°1	

EXERCICE N ° 1(6 points)

Répondre par vrai ou faux à chacune des affirmations suivantes sans justification.

1°/ Tout entier naturel divisible par 7 est impair.

2°/ Tout entier divisible par 3 et par 2 est pair.

3°/ Deux angles inscrits interceptant le même arc sont égaux.

4°/ Tout entier naturel ayant exactement deux diviseurs est premier.

5°/ Le PGCD de deux entiers naturels est un diviseur de leur PPCM

6°/ Soient p et q deux entiers naturels tels que $p > q$.

Si p et q sont de même parité alors $(p + q)^2$ et $(p-q)^2$ sont divisibles par 4

EXERCICE N ° 2 (8 points)

I/1°/ Déterminer PGCD (336,462)

a) par la méthode de décomposition en facteurs premiers.

b) par l'algorithme d'Euclide.

2°/a) Déterminer PPCM (336,462).

b) Rendre la fraction $\frac{336}{462}$ irréductible.

EXERCICE N ° 3 (6 points)

Soients ζ un cercle de centre O de diamètre [AB] et M un point de ζ distinct de A et B qui vérifie $\widehat{MBA} = 30°$.

La perpendiculaire Δ à (AM) en A recoupe ζ en un point D.

1°/a) Quelle est la nature du triangle ABM ? Justifier

b) Montrer que les droites (MB) et (AD) sont parallèles.

c) En déduire la valeur de l'angle $\widehat{BAD}$.

2°/a) Calculer les angles $\widehat{BOD}$ et $\widehat{BMD}$.

b) Montrer que [MD] est un diamètre du cercle ζ

Sujet 2	MATHEMATIQUES	Lycée Pilote Monastir
$1^{ère}$	DEVOIR DE CONTROLE N°1	

EXERCICE N° 1 (6 points)

1)a) Décomposer en facteurs premiers les nombres : 168 et 540.

b) En déduire : PGCD (168,540) et PPCM (168,540).

2)En utilisant l'algorithme d'Euclide retrouver PGCD (168,540)

3)Déterminer l'écriture irréductible du quotient : $\frac{540}{168}$.

EXERCICE N° 2 (7 points)

Soit n un entier naturel non nul

On donne: $\mathbf{a}=n(n+1)$, $\mathbf{b}= n^{2019} + n^{2018}$ et $\mathbf{c}= n^2-1$

1/ a) Montrer que le nombre **a** est pair

b) En déduire que le nombre **b** est divisible par 2

c) Montrer que pour entier naturel n impair le nombre **c** est divisible par 8

2/ Déterminer alors : PGCD (2 ; **a**) et PPCM (8 ; $(\mathbf{a}+1)^2-1$).

3/ a) Vérifier que pour tout entier naturel n :

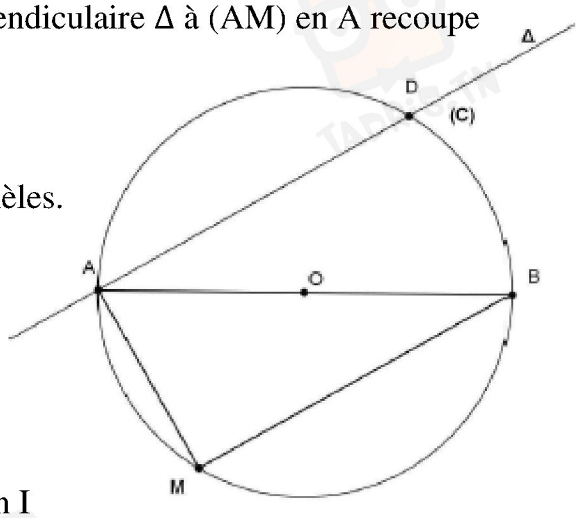
$$n^3-n+8= n(n^2-1)+8$$

b) Déterminer alors l'ensemble des entiers naturels n non nuls

pour que $\frac{n^3-n+8}{2(n+1)}$ soit entier naturel

EXERCICE N° 3 (7 points)

Soient ζ un cercle de centre O de diamètre [AB] et M un point de ζ distinct de A et B qui vérifie $\widehat{MBA} = 30°$. La perpendiculaire Δ à (AM) en A recoupe ζ en un point D.



1°/a) Quelle est la nature du triangle ABM ? Justifier

b) Montrer que les droites (MB) et (AD) sont parallèles.

c) En déduire la valeur de l'angle $\widehat{BAD}$.

2°/a) Calculer les angles $\widehat{BOD}$ et $\widehat{BMD}$.

b) Montrer que [MD] est un diamètre du cercle ζ

3°/ Soit N un point de ζ distinct de A et B,

la perpendiculaire à (AN) passant par O coupe (AN) en I

Montrer que lorsque N varie sur le cercle ζ privé des points A et B, le point I se déplace sur un cercle ζ ' que l'on précisera.

Sujet 3	MATHEMATIQUES	Lycée Pilote Monastir
1ère	DEVOIR DE CONTROLE N°1	2022-2023

EXERCICE N° 1 (6 points)

1)a) Calculer P.G.C.D (363 , 675) et P.P.C.M (363 , 675)

b) Rendre la fraction $\frac{363}{675}$ irréductible

2)a) Calculer : C = $3\sqrt{363}+\sqrt{675}-16\sqrt{27}$

b)Donner une écriture de F= $\frac{675}{363}$ sous forme irréductible.

c) Donner l'arrondi au millième de F

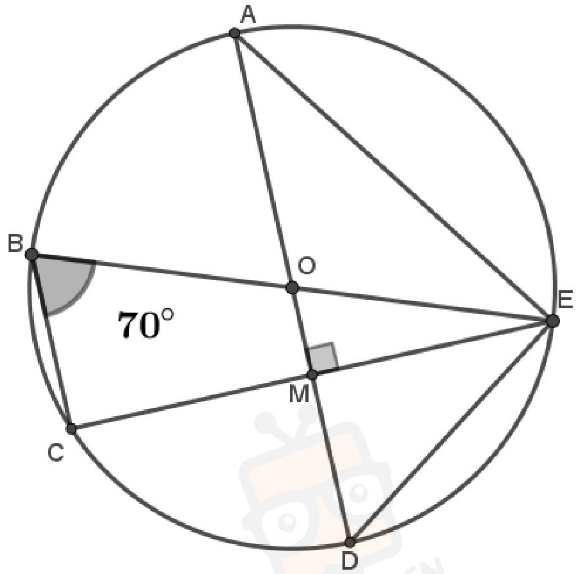
EXERCICE N° 2 (7 points)

Dans la figure ci-contre :

⊗ Les points, A,B,C,D et E appartiennent au cercle (C) de centre O tel que $\widehat{EBC}$.= 70°

⊗ [AD] et [BE] deux diamètres du cercle (C)

⊗ Les droites (AD) et (CE) sont perpendiculaires en M



1/ a) Montrer que EBC est un triangle rectangle en C

b) Montrer que Les droites (AM) et (CB) sont parallèles

c) En déduire que $\widehat{EOD}$= 70° puis calculer $\widehat{EAD}$

d) Montrer que $\widehat{EAD}$ = $\widehat{DBC}$

2/ Montrer que [BD) bissectrice de l'angle $\widehat{EBC}$

3/ Montrer que Les droites (BD) et (AE) sont parallèles

EXERCICE N° 3 (7 points)

1)Justifier que pour tout entier naturel n , 10n + 7 = 5(2n + 1) + 2

2)a) Quel est le reste de la division euclidienne de (10n + 7) par 5 ? En justifiant.

b) Déterminer, selon les valeurs de n , le reste de la division euclidienne de (10n + 7) par (2n + 1) .

3) Déterminer les valeurs possibles de $d = PGCD(10n + 7 , 2n + 1)$

4) a) En déduire, pour tout entier naturel n, 6n + 7 et 2n +1 sont premiers entre eux.

b) En déduire que $\frac{2000001}{10000007}$ est irréductible.

Lycée Pilote Monastir	**MATHEMATIQUES**	
Sujet 4	**DEVOIR DE CONTROLE N°1**	

Exercice 1 (7 points)

1)a) Décomposer en produit des facteurs premiers les nombres : 315 et 1755.

b) En déduire : PGCD (315, 1755) et PPCM (315, 1755).

2)En utilisant l'algorithme d'Euclide retrouver PGCD (315, 1755)

3)Déterminer l'écriture irréductible du quotient : $\frac{315}{1755}$.

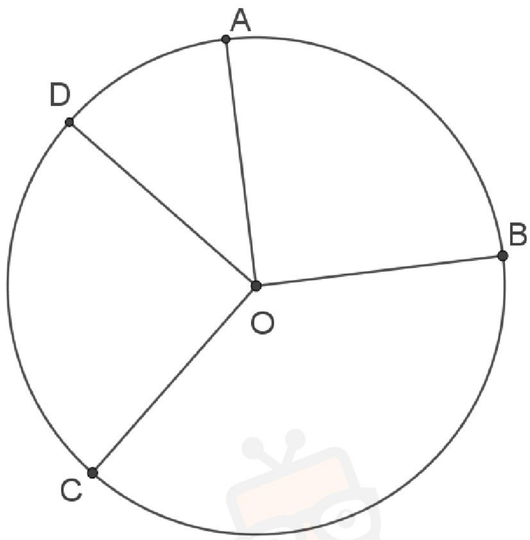
4) Un ouvrier dispose des plaques de métal de 1755 cm de long et de 315 cm de large. Il a reçu la consigne suivante :

« Découper dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possibles, de façon à ne pas avoir de perte ».

a)Quelle sera la longueur du côté du carré ?

b) Combien peut-il découper de carrés par plaque

Exercice 2 (7 points)



On considère la figure ci-contre.

Les points A, B, C et D appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$ de centre O.

$$\widehat{AOB} = \widehat{COD} = 90°$$

1)Calculer $\widehat{CAD}$ et $\widehat{ADB}$.

2)Soit I le point d'intersection des droites (AC) et (BD)

a) Montrer que ADI est un triangle rectangle et isocèle.

b) En déduire que (AC) et (BD) sont perpendiculaires

3)a)Calculer $\widehat{CBD}$ et $\widehat{ACB}$.

b) En déduire que BIC est un triangle rectangle isocèle en I

c)Montrer alors que (AD) et (BC) sont parallèles.

4)Soit N un point de $(\mathcal{C})$ distinct de A et H le projeté orthogonale de O sur (AN)

Montrer que si N varie sur $(\mathcal{C})$ privé de A alors H varie sur un cercle que l'on précisera.

Exercice 3 (6 points) <u>les questions sont indépendantes</u>

Soit n un entier naturel non nul

1)Soit $a = n^2 + n + 2$

a)Montrer que a est pair

b) a est –il premier ? justifier ta réponse

2)Montrer que $(n^2 + n + 1)(n^2 + n + 3) + 1$ est un carré parfait

3)Calculer $PGCD(5^{n+2} - 5^n, 7^{n+2} - 7^n)$

4)a)Vérifier que $n^3 + 3n^2 + 2n + 6 = n(n + 1)(n + 2) + 6$

b) Déterminer alors l' entier naturel n pour que $\frac{n^3+3n^2+2n+6}{2(n+2)}$ soit entier naturel .

Sujet 1	**MATHEMATIQUES**	Lycée Pilote Monastir
1ère	**DEVOIR DE CONTROLE N°1**	

Exercice N°1

Soit $x \in [-2;3]$

a) Donner un encadrement de $x+3$ et déduire que $x+3 \neq 0$

b) En déduire un encadrement de $\dfrac{1}{x+3}$

c) Soit $E = \dfrac{2x+1}{x+3}$. Montrer que $E = 2 - \dfrac{5}{x+3}$

d) Donner alors un encadrement de E

Exercice N°2

1) Soit $n \in \mathbb{N}^*$.Montrer que $\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$

2) En déduire la somme $S = \frac{1}{2+\sqrt{2}} += \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \cdots \frac{1}{11\sqrt{10}+10\sqrt{11}}$

Exercice N°3

On considère les ensembles suivants

$A = \{x \in \mathbb{R}\ tels\ que\ |4x-2| \leq 10\}\ et\ B = \{x \in R\ tels\ que\ |x-2| > 2\}$

Déterminer $A\ , B, A \cap B\ et\ A \cup B$

Exercice N°4

Soit $I = \{x \in \mathbb{R}\ tel\ que - 5 < 3x + 1 < 10\}$

1) Montrer que $I =]-2\ ,\ 3\ [$

2) Soit $x \in I$ et on considère le réel $A = \frac{2x+1}{x+3}$

a) Donner un encadrement de $\frac{1}{x+3}$

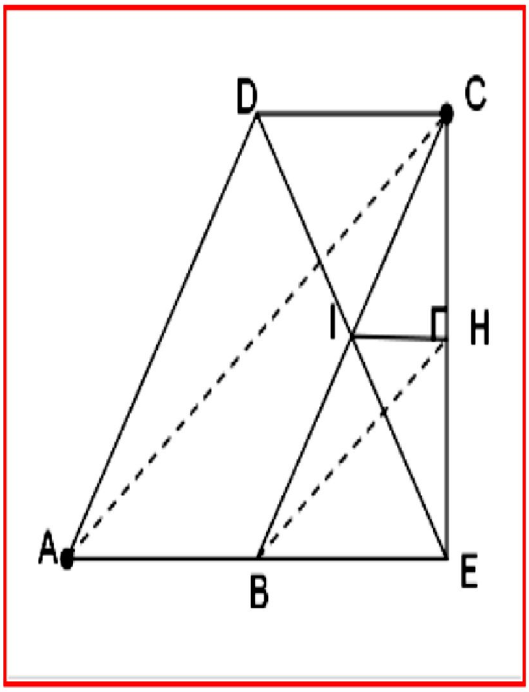
b) Vérifier que $A = 2 - \frac{5}{x+3}$

c) Donner alors un encadrement de A

Exercice N°5

Dans la figure ci-contre ABCD est un parallélogramme tel que AB = 2 et BC = 5

Le triangle BEC est rectangle en E avec BE = 3. Les segments [ED] et [BC] se coupent en I



1/a. Montrer que $\frac{EB}{EA} = \frac{IB}{AD}$

b. En déduire que BI = 3

2/Soit H le projeté orthogonal de I sur [CE]

a. Montrer que $\frac{EH}{EC} = \frac{EB}{EA}$

b. En déduire la position relative des droites (AC) et (HB)

3/a. Vérifier que AC = $\sqrt{41}$

c. En déduire BH

Exercice N°6

Soit ABC un triangle

On considère une droite Δ qui coupe $[CB]$ *en un point* P , $[CA]$ *en un point* Q et (AB)*en un point* R .La parallèles a la droite Δpassant par B coupe(AC)*en un point* D

1) Faire une figure

2) a) Montrer que $\frac{CD}{CQ} = \frac{CB}{CP}$

b) En déduire que $\frac{QD}{QC} = \frac{PB}{PC}$

c) Montre que $\frac{RA}{RB} = \frac{QA}{QD}$

d) En déduire la valeur de $\frac{PB}{PC} \times \frac{QC}{QA} \times \frac{RA}{RB}$